

نمونه سوالات رادیکال (جذر) با پاسخ

تشریحی

مجموعه‌ای کامل از سوالات ساده تا دشوار همراه با حل گام‌به‌گام و نکات کلیدی

💡 در این مجموعه، سوالات از سطح ساده شروع شده و به تدریج به سطح متوسط و دشوار می‌رسند. هر سؤال دارای حل تشریحی گام‌به‌گام و پاسخ نهایی مشخص است.

سوالات پایه رادیکال

سطح آسان

$$x = 25\sqrt{\quad}$$

۱

حل:

$$\text{چون: } 25 = 5^2$$

پس باید عددی را بیابیم که به توان ۲ برسد و ۲۵ شود.

۵

پاسخ نهایی:

$$x = 81\sqrt{\quad}$$

۲

حل:

چون: $9^2 = 81$

۹

پاسخ نهایی:

۳ $27\sqrt[3]{?}$ (جذر مکعب ۲۷)

حل:

چون: $3^3 = 27$

۳

پاسخ نهایی:

۴ $144\sqrt{?}$

حل:

چون: $12^2 = 144$

۱۲

پاسخ نهایی:

۵ $20\sqrt{?}$

حل:

عدد ۲۰ را به فاکتورهایی شامل یک مربع کامل می‌شکنیم: $20 = 4 \times 5$

پس: $5\sqrt{2} = 5\sqrt{1} \times 4\sqrt{1} = 20\sqrt{1}$

$2\sqrt{5}$

پاسخ نهایی:

نکته: برای ساده سازی رادیکال، همیشه به دنبال بزرگ ترین مربع کامل موجود در فاکتورهای عدد زیر رادیکال باشید.

۶ $\sqrt{45} = ?$

حل:

$$45 = 9 \times 5$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$3\sqrt{5}$

پاسخ نهایی:

جمع، تفریق و ضرب رادیکال ها

سطح متوسط

۷ $\sqrt{27} + 12\sqrt{1} = ?$

حل:

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

پس: $3\sqrt{5} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

$5\sqrt{3}$

پاسخ نهایی:

نکته: رادیکال‌ها فقط زمانی با هم جمع یا تفریق می‌شوند که عبارت زیر رادیکال (رادیکالِ همنام) یکسان باشد.

$$؟ = 8\sqrt{} - 50\sqrt{}$$

۸

حل:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} \text{ پس}$$

 $3\sqrt{2}$

پاسخ نهایی:

$$؟ = 12\sqrt{} \times 3\sqrt{}$$

۹

حل:

در ضرب رادیکال‌ها، عبارت‌های زیر رادیکال در هم ضرب می‌شوند: $12\sqrt{} \times 3\sqrt{} =$

$$36\sqrt{}$$

$$\sqrt{36} = 6$$

۶

پاسخ نهایی:

$$؟ = 6\sqrt{4} \times 3\sqrt{2}$$

۱۰

حل:

ابتدا ضرایب را در هم ضرب می‌کنیم: $8 = 4 \times 2$

سپس رادیکال‌ها را در هم ضرب می‌کنیم: $2\sqrt{3} = 18\sqrt{1} = 6\sqrt{1} \times 3\sqrt{1}$

پس: $2\sqrt{24} = 2\sqrt{3} \times 8$

24√2

پاسخ نهایی:

$$؟ = 3\sqrt{1} \div 48\sqrt{1}$$

۱۱

حل:

در تقسیم رادیکال‌ها می‌توان عبارت‌های زیر رادیکال را تقسیم کرد: $(3 \div 48)\sqrt{1} =$

$$16\sqrt{1}$$

$$\sqrt{16} = 4$$

۴

پاسخ نهایی:

$$؟ = 8\sqrt{1} + 18\sqrt{1}$$

۱۲

حل:

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

پس: $2\sqrt{5} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

$5\sqrt{2}$

پاسخ نهایی:

ترکیبی، گویاسازی مخرج و اتحادها

سطح دشوار

۱۳ $?$ $= 27\sqrt{2} - 12\sqrt{3}$

حل:

$$3\sqrt{3} = 27\sqrt{\quad} \text{ و } 3\sqrt{2} = 12\sqrt{\quad}$$

پس: $3\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = (3\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^3$

.

پاسخ نهایی:

نکته: پیش از جمع یا تفریق، حتماً تمامی رادیکال‌ها را تا حد امکان ساده کنید تا رادیکال‌های
همنام مشخص شوند.

۱۴ $?$ $= 12\sqrt{2} + 75\sqrt{\quad}$

حل:

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{12} = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

پس: $3\sqrt{9} = 3\sqrt{4} + 3\sqrt{5}$

9/3

پاسخ نهایی:

۱۵ $3 \div 2\sqrt{ } = ?$ (گویاسازی مخرج)

حل:

برای گویا کردن مخرج، صورت و مخرج را در $2\sqrt{ }$ ضرب می‌کنیم:

$$(3 \div \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \div \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} \div 2$$

3/2 / 2

پاسخ نهایی:

نکته: در ریاضی، رادیکال در مخرج کسر پذیرفته نیست؛ همیشه باید مخرج را با ضرب در خود رادیکال، گویا (بدون رادیکال) کرد.

۱۶ $5 \div 3\sqrt{ } = ?$

حل:

$$(5 \div \sqrt{3}) \times (\sqrt{3} \div \sqrt{3}) = 5\sqrt{3} \div 3$$

5/3 / 3

پاسخ نهایی:

۱۷ $32\sqrt{ } + 18\sqrt{ } = ?$

حل:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{7} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{4} \text{ پس:}$$

$$7\sqrt{2}$$

پاسخ نهایی:

$$18 \quad ? = (2 - 5\sqrt{2})(2 + 5\sqrt{2})$$

حل:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \text{ از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:}$$

$$4 - 5 = 2^2 - (5\sqrt{2})^2 \text{ پس:}$$

$$1$$

پاسخ نهایی:

نکته: اتحاد مزدوج، سریع ترین راه برای گویاسازی مخرج هایی است که به صورت جمع یا تفریق دو رادیکال (یا عدد و رادیکال) هستند.

$$19 \quad ? = 8\sqrt{2} - 72\sqrt{2}$$

حل:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{4} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6} \text{ پس:}$$

$4\sqrt{2}$

پاسخ نهایی:

$$؟ = 98\sqrt{} + 50\sqrt{}$$

۲۰

حل:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{12} = 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5} \text{ پس}$$

 $12\sqrt{2}$

پاسخ نهایی:

$$؟ = 8\sqrt{2} - 200\sqrt{}$$

۲۱

حل:

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{8} = 2(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{6} = 2\sqrt{4} - 2\sqrt{10} \text{ پس}$$

 $6\sqrt{2}$

پاسخ نهایی:

مقدار تقریبی $30\sqrt{}$ را مشخص کنید.

۲۲

حل:

می‌دانیم: $۲۵ = ۵^2$ و $۳۶ = ۶^2$

پس عدد بین ۵ و ۶ قرار دارد: $۵ < \sqrt{30} < ۶$

چون ۳۰ به ۲۵ نزدیک‌تر است، مقدار رادیکال کمی بیشتر از ۵ است.

پاسخ تقریبی:

≈ 5.48

نکته: برای تخمین رادیکال اعداد غیرمربع کامل، آن را بین دو مربع کامل نزدیک قرار دهید تا بازه‌ی مقدار مشخص شود.

🧠 نکات کلیدی و جمع‌بندی

1. **ساده‌سازی اول:** پیش از هر عملیاتی (جمع، تفریق، ضرب)، همیشه رادیکال را به کوچک‌ترین شکل ممکن ساده کنید.

2. **جمع و تفریق:** فقط رادیکال‌های همنام (با عبارت زیر رادیکال یکسان) قابل جمع یا تفریق‌اند؛ ضرایب آن‌ها با هم جمع/تفریق می‌شود.

3. **ضرب رادیکال‌ها:** عبارت‌های زیر رادیکال در هم ضرب می‌شوند: $a \times \sqrt{b} = \sqrt{(a \times b)b}$

4. **تقسیم رادیکال‌ها:** عبارت‌های زیر رادیکال بر هم تقسیم می‌شوند: $a \div \sqrt{b} = \sqrt{(a \div b)b}$

5. **گویاسازی مخرج:** اگر رادیکالی در مخرج کسر باشد، صورت و مخرج را در همان رادیکال ضرب کنید تا مخرج بدون رادیکال شود.

6. **اتحاد مزدوج:** برای گویاسازی مخرج‌های دوجمله‌ای رادیکالی، از اتحاد $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ استفاده کنید.

7. تخمین رادیکال: برای اعداد غیرمربع کامل، عدد را بین دو مربع کامل نزدیک قرار دهید تا بازه‌ی تقریبی به دست آید.

© نمونه سوالات رادیکال — تهیه شده برای مطالعه و تمرین