

۲۰ مثال نسبت و تناسب با پاسخ تشریحی (پایه‌های پنجم و ششم)

این مجموعه شامل ۲۰ مثال کاربردی و متنوع از مبحث نسبت و تناسب است که برای دانش‌آموزان پایه‌های پنجم و ششم دبستان طراحی شده است. مثال‌ها در سه سطح «پایه»، «متوسط» و «دشوار» دسته‌بندی شده‌اند تا مسیر یادگیری را هموارتر کنند. برای هر سؤال، پاسخ تشریحی گام به گام ارائه شده است.

📖 سطح ۱: مسائل پایه (مقدماتی)

این بخش برای شروع و مرور تعاریف نسبت، ساده کردن و تناسب‌های ساده مناسب است.

۱. ساده کردن نسبت

سؤال: نسبت ۱۸ به ۲۴ را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

پاسخ: بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک (ب.م.م) اعداد ۱۸ و ۲۴ برابر ۶ است. با تقسیم هر دو عدد بر ۶ داریم:
 $18 \div 6 = 3$ و $24 \div 6 = 4$ **نسبت ساده شده: ۳ به ۴**

۲. نسبت در مسئله واقعی

سؤال: در یک باغ، ۱۵ درخت سیب و ۲۰ درخت گلابی وجود دارد. نسبت درخت سیب به گلابی را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

پاسخ: نسبت اولیه درختان سیب به گلابی ۱۵ به ۲۰ است. ب.م.م این دو عدد ۵ است. با تقسیم هر دو عدد بر ۵:
 $15 \div 5 = 3$ و $20 \div 5 = 4$ **نسبت ساده شده: ۳ به ۴**

۳. نسبت هم‌ارز

سؤال: نسبت ۴ به ۷ را طوری بنویسید که عدد اول آن ۱۲ باشد.

پاسخ: برای اینکه عدد اول نسبت (۴) به ۱۲ تبدیل شود، باید آن را در ۳ ضرب کنیم ($123 = 4 \times 3$). پس برای حفظ هم‌ارزی، عدد دوم نسبت (۷) را نیز باید در ۳ ضرب کنیم: $213 = 7 \times 3$ **نسبت هم‌ارز: ۱۲ به ۲۱**

۴. حل مجهول با ضرب طرفین و وسطین

سؤال: مجهول x را در تناسب زیر پیدا کنید: $53 : 20 = x$

پاسخ: تناسب را به صورت کسری می‌نویسیم: $\frac{53}{20} = \frac{x}{1}$ با استفاده از قانون ضرب طرفین و وسطین (حاصل‌ضرب عدهای مورب برابر است): $53 \times 1 = 20 \times x$ $53 = 20x$ $53 \div 20 = 20x \div 20$ $2.65 = x$

۵. نسبت به کل

سؤال: در کلاسی ۱۲ دختر و ۱۸ پسر وجود دارد. نسبت دخترها به کل دانش‌آموزان چقدر است؟

پاسخ: ابتدا تعداد کل دانش‌آموزان را پیدا می‌کنیم: تعداد کل = تعداد دختران + تعداد پسران = $12 + 3018 = 3030$
نسبت دخترها به کل دانش‌آموزان: ۱۲ به ۳۰ ب.م.م اعداد ۱۲ و ۳۰ برابر ۶ است. با تقسیم هر دو عدد بر ۶: $12 \div 6 = 2$
 $30 \div 6 = 5$ **نسبت ساده شده: ۲ به ۵**

۶. تناسب در هندسه

سؤال: مستطیلی داریم که نسبت طول به عرض آن ۵ به ۳ است. اگر عرض آن ۹ سانتی‌متر باشد، طول آن چقدر است؟

پاسخ: نسبت طول به عرض: $35 : 3$ عرض واقعی: ۹ سانتی‌متر تناسب را می‌نویسیم: $\frac{\text{طول}}{9} = \frac{5}{3}$ با ضرب طرفین و وسطین: $3 \times \text{طول} = 3 \times 95 = 285$ $\text{طول} = 285 \div 3 = 95$ **۱۵ سانتی‌متر**

سطح ۲: مسائل متوسط (ترکیبی)

این بخش شامل مسائل ترکیبی است که در امتحانات پنجم و ششم پرتکرار هستند.

۷. نسبت و مجموع (سن)

سؤال: نسبت سن علی به رضا ۳ به ۵ است. اگر مجموع سن آن‌ها ۴۸ سال باشد، هر کدام چند سال دارند؟

پاسخ: ۱. مجموع قسمت‌های نسبت: $3 + 5 = 8$ ارزش هر قسمت: مجموع سن / مجموع قسمت‌ها = $48 \div 8 = 6$ سال ۳. سن هر نفر: سن علی = $3 \times 6 = 18$ سال سن رضا = $5 \times 6 = 30$ سال **پاسخ:** علی ۱۸ سال و رضا ۳۰ سال دارند.

۸. نسبت و اختلاف

سؤال: نسبت پول سارا به مریم ۴ به ۷ است. اگر مریم ۱۸ هزار تومان بیشتر از سارا پول داشته باشد، سارا چقدر پول دارد؟

پاسخ: ۱. اختلاف قسمت‌های نسبت: $7 - 4 = 3$ ارزش هر قسمت: اختلاف پول / اختلاف قسمت‌ها = $18000 \div 3 = 6000$ تومان ۳. پول سارا: $4 \times 6000 = 24000$ تومان **پاسخ:** سارا ۲۴۰۰۰ تومان پول دارد.

۹. نسبت و مجموع (کتاب)

سؤال: نسبت کتاب‌های مریم به سارا ۲ به ۳ است. اگر مجموع کتاب‌های آن‌ها ۳۰ جلد باشد، هر کدام چند جلد کتاب دارند؟

پاسخ: ۱. مجموع قسمت‌های نسبت: $2 + 3 = 5$ ارزش هر قسمت: $30 \div 5 = 6$ جلد ۳. تعداد کتاب‌های هر نفر: کتاب‌های مریم = $2 \times 6 = 12$ جلد کتاب‌های سارا = $3 \times 6 = 18$ جلد **پاسخ:** مریم ۱۲ جلد و سارا ۱۸ جلد کتاب دارند.

۱۰. نسبت و اختلاف (پول)

سؤال: نسبت پول علی به حسن ۵ به ۷ است. اگر حسن ۴۰۰۰ تومان بیشتر از علی پول داشته باشد، پول هر کدام چقدر است؟

پاسخ: ۱. اختلاف قسمت‌های نسبت: $25 = 7 - 2$. ارزش هر قسمت: $20002 = 4000 \div 5$ تومان ۳. پول هر نفر: پول علی $= 5 \times 100002000$ تومان پول حسن $= 7 \times 140002000$ تومان **پاسخ:** علی ۱۰۰۰ تومان و حسن ۱۴۰۰ تومان پول دارند.

۱۱. نسبت و ساعت

سؤال: یک ساعت دیواری در هر ۲۴ ساعت، ۸ دقیقه عقب می‌ماند. در ۷۲ ساعت چند دقیقه عقب می‌ماند؟
پاسخ: این یک تناسب مستقیم است. هرچه زمان بیشتر باشد، میزان عقب‌ماندگی هم بیشتر است. تناسب: $\frac{8 \text{ دقیقه}}{24 \text{ ساعت}} = \frac{x \text{ دقیقه}}{72 \text{ ساعت}}$ با ضرب طرفین و وسطین: $24 \times x = 24576 \div x = 57624x = 728 \times x = 24 \times$
دقیقه

۱۲. نسبت و مسافت

سؤال: یک دوندۀ در هر ۳۰ دقیقه، ۵ کیلومتر می‌دود. این دوندۀ در ۲ ساعت چند کیلومتر می‌دود؟
پاسخ: ابتدا واحد زمان را یکسان می‌کنیم: ۲ ساعت $= 2 \times 12060 = 240$ دقیقه. تناسب: $\frac{5 \text{ کیلومتر}}{30 \text{ دقیقه}} = \frac{x \text{ کیلومتر}}{120 \text{ دقیقه}}$ با ضرب طرفین و وسطین: $30 \times x = 1205 \times x = 60030x = 30600 \div x = 20x$ **کیلومتر**

۱۳. نسبت معکوس (کارگر و زمان)

سؤال: ۳ کارگر کاری را در ۱۲ روز انجام می‌دهند. اگر تعداد کارگران به ۶ نفر برسد، کار در چند روز تمام می‌شود؟
پاسخ: این یک رابطه معکوس است. هرچه تعداد کارگران بیشتر شود، زمان انجام کار کمتر می‌شود. (تعداد کارگر اول $\times$ زمان اول) = (تعداد کارگر دوم $\times$ زمان دوم) $3 \times 12 = 6 \times x$ $36 = 6x$ $6 = x$ **روز**

۱۴. نسبت معکوس (سرعت و زمان)

سؤال: ماشینی با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت، مسیری را در ۳ ساعت طی می‌کند. اگر سرعت ماشین ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت شود، همین مسیر را در چند ساعت طی می‌کند؟
پاسخ: این یک رابطه معکوس است. هرچه سرعت بیشتر شود، زمان طی مسیر کمتر می‌شود. (سرعت اول $\times$ زمان اول) = (سرعت دوم $\times$ زمان دوم) $80 \times 3 = 120 \times x$ $240 = 120x$ $2 = x$ **ساعت**

سطح ۳: مسائل دشوار (تیپ‌های امتحانی پیشرفته)

این بخش شامل مسائل پیچیده‌تر و ترکیبی است که برای آمادگی در امتحانات نهایی و تیزهوشان مناسب هستند.

۱۵. نسبت و مقیاس نقشه

سؤال: روی نقشه‌ای، هر ۱ سانتی‌متر برابر با ۵۰ کیلومتر در واقعیت است. اگر فاصله دو شهر روی نقشه ۷ سانتی‌متر باشد، فاصله واقعی این دو شهر چند کیلومتر است؟
پاسخ: تناسب: $\frac{1 \text{ سانتی‌متر}}{50 \text{ کیلومتر}} = \frac{7 \text{ سانتی‌متر}}{x \text{ کیلومتر}}$ با ضرب طرفین و وسطین: $1 \times x = 750 \times 7$ $350x =$ **کیلومتر**

۱۶. نسبت و سن (چند نفر)

سؤال: نسبت سن سه برادر ۲ به ۳ به ۵ است. اگر مجموع سن آنها ۶۰ سال باشد، سن هر برادر چقدر است؟
پاسخ: ۱. مجموع قسمت‌های نسبت: $2 + 3 + 5 = 10$. ارزش هر قسمت: $60 \div 10 = 6$ سال ۳. سن هر برادر: برادر اول $= 2 \times 6 = 12$ سال برادر دوم $= 3 \times 6 = 18$ سال برادر سوم $= 5 \times 6 = 30$ سال **پاسخ:** سن برادران به ترتیب ۱۲، ۱۸ و ۳۰ سال است.

۱۷. نسبت و مساحت (مستطیل)

سؤال: نسبت طول به عرض مستطیلی ۴ به ۳ است. اگر مساحت مستطیل ۴۸ سانتی‌متر مربع باشد، طول و عرض مستطیل را پیدا کنید.

پاسخ: فرض می‌کنیم طول $4x$ و عرض $3x$ باشد. مساحت مستطیل = طول $\times$ عرض $= 4x \times 3x = 12x^2$
 $12x^2 = 48 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ (چون طول و عرض نمی‌توانند منفی باشند) طول $= 4 \times 2 = 8$ سانتی‌متر عرض $= 3 \times 2 = 6$ سانتی‌متر است.

۱۸. نسبت و مخلوط

سؤال: برای تهیه شربت، نسبت آب به شکر ۵ به ۲ است. اگر برای تهیه شربت ۷۰ گرم شکر استفاده کنیم، چند گرم آب لازم است؟

پاسخ: تناسب: $\frac{\text{آب}}{\text{شکر}} = \frac{5}{2}$ با ضرب طرفین و وسطین: $2 \times \text{آب} = 5 \times 70 \Rightarrow \text{آب} = 350$ گرم

۱۹. نسبت و درصد

سؤال: در یک کلاس، نسبت دانش‌آموزان پسر به دختر ۳ به ۲ است. اگر تعداد کل دانش‌آموزان ۳۰ نفر باشد، چند درصد دانش‌آموزان پسر هستند؟

پاسخ: ۱. مجموع قسمت‌های نسبت: $2 + 3 = 5$. ارزش هر قسمت: $30 \div 5 = 6$ نفر ۳. تعداد پسران: $3 \times 6 = 18$ نفر ۴. درصد پسران: $\left(\frac{\text{تعداد پسران}}{\text{تعداد کل}} \right) \times 100 = \left(\frac{18}{30} \right) \times 100 = 60\%$ **پاسخ:** ۶۰ درصد دانش‌آموزان پسر هستند.

۲۰. نسبت و محیط (مربع)

سؤال: نسبت ضلع یک مربع به محیط آن ۱ به ۴ است. اگر محیط مربع ۲۸ سانتی‌متر باشد، مساحت مربع چقدر است؟

پاسخ: ۱. از نسبت ضلع به محیط (۱ به ۴) می‌دانیم که محیط مربع ۴ برابر ضلع آن است. ۲. محیط مربع $= 4 \times \text{ضلع}$
 $28 = 4 \times \text{ضلع} \Rightarrow \text{ضلع} = 7$ سانتی‌متر ۳. مساحت مربع = ضلع $\times$ ضلع = $7 \times 7 = 49$ سانتی‌متر مربع **پاسخ:** مساحت مربع ۴۹ سانتی‌متر مربع است.